

Τμήμα Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών  
ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών

Ακαδημαϊκό Έτος 2006-2007

Μάθημα: Γεωμετρική Σχεδίαση

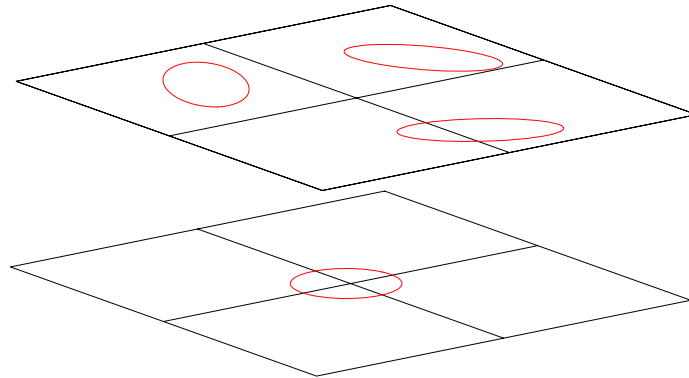
Άγγελος Μαντζαφλάρης, M901, amantzaf@math.uoa.gr

Εργαστηριακή Άσκηση

**Ανακατασκευή επιφάνειας από διδιάστατες τομές: Το πρόβλημα της διακλάδωσης**

Το πρόβλημα της διακλάδωσης(branching) συνίσταται στην ανακατασκευή μιας ομαλής επιφάνειας από διδιάστατες τομές – αποτελούμενες από απλές, κλειστές και μη φωλιασμένες καμπύλες-περιγράμματα (contours) – στην περίπτωση που ο αριθμός των contours διαφέρει από επίπεδο σε επίπεδο.

Σε αυτήν την εργασία θα κατασκευάσουμε μια  $G^1$ –συνεχή επιφάνεια, η οποία λύνει το ένα προς πολλά πρόβλημα της διακλάδωσης για την περίπτωση που φαίνεται στο σχήμα(branching\_7.3dm):



Το κάτω επίπεδο θα αναφέρεται ως επίπεδο 0, ενώ το επίπεδο στο οποίο βρίσκονται οι τρεις ελλείψεις θα αναφέρεται ως επίπεδο 1. Για την κατασκευή ακολουθήθηκε η μέθοδος που παρουσιάζεται στο [1] και χρησιμοποιήθηκε το σχεδιαστικό πακέτο Rhinoceros\*. Οι κύριες εντολές του πακέτου που χρησιμοποιούνται σε κάθε βήμα δίνονται σε παρενθέσεις.

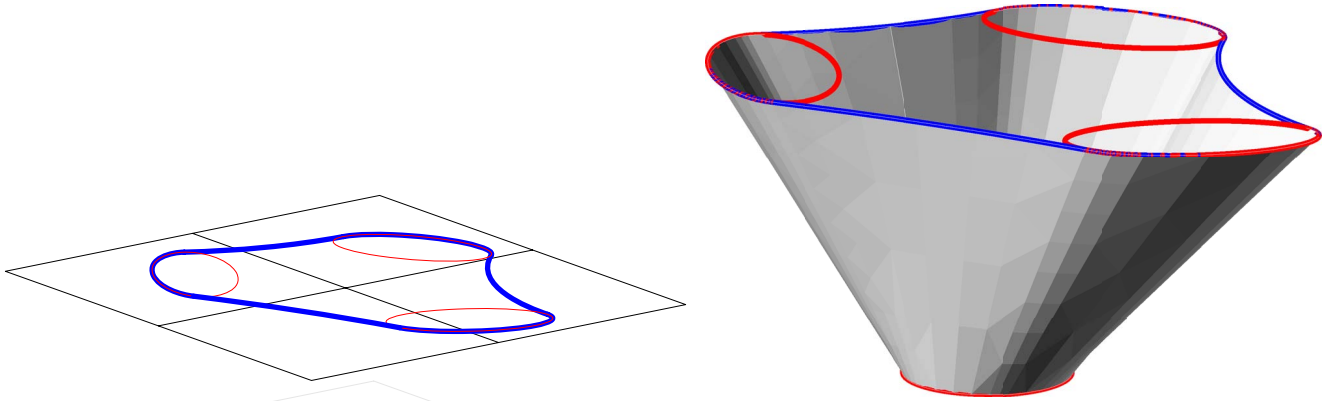
Τα βασικά βήματα της σχεδιαστικής διαδικασίας είναι τα εξής:

1. Κατασκευή περικλείουσας καμπύλης και επιφάνειας
2. Αφαίρεση τμημάτων της περικλείουσας επιφάνειας μέσω κατάλληλων καμπύλων αποκοπής και δημιουργία τρισδιάστατης οπής
3. Επιλογή κέντρου οπής και οδηγών καμπύλων
4. Πλήρωση της οπής με την κατασκευή έξι κατάλληλων επιφανειακών τμημάτων τετραπλευρικής τοπολογίας.

**1. Κατασκευή περικλείουσας καμπύλης και επιφάνειας**

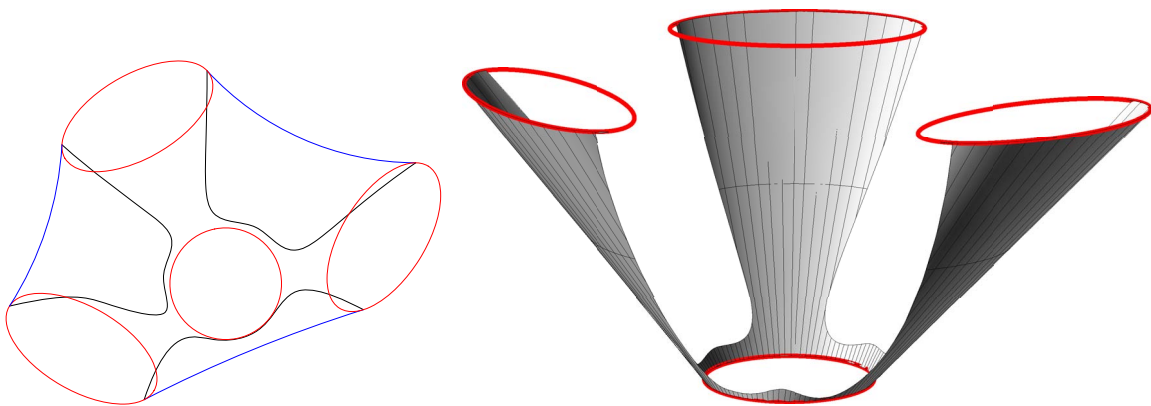
Σε αυτό το βήμα κατασκευάζεται μια κλειστή  $G^1$  καμπύλη στο επίπεδο 1, η οποία αποτελείται από τμήματα των ελλείψεων και συνδεδεκά τμήματα, τα οποία καλούνται γέφυρες. Διαλέξαμε να χρησιμοποιήσουμε ως γέφυρες κυκλικά τόξα που εφάπτονται στις ελλείψεις(Curve→Arc→Tangent to curves). Κατόπιν κατασκευάζεται παρεμβάλλουσα επιφάνεια της καμπύλης του επιπέδου 0 και της περικλείουσας καμπύλης με την τεχνική του skinning(Surface→Loft), η οποία εγγυάται  $G^1$ –συνέχεια. Η περικλείουσα καμπύλη και επιφάνεια φαίνονται παρακάτω:

\*<http://www.rhino3d.com>



## 2. Δημιουργία τρισδιάστατης οπής

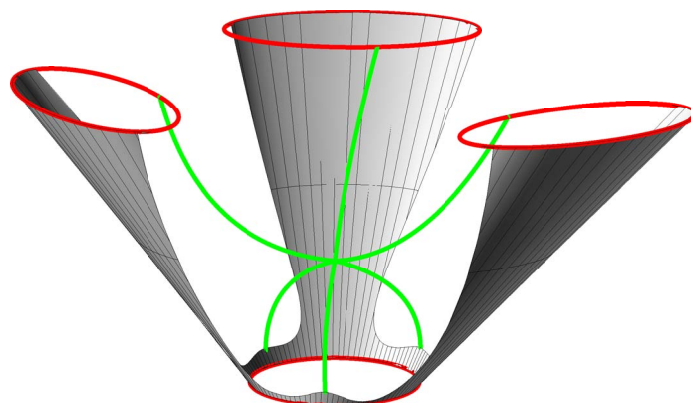
Σε αυτό το βήμα αποκόπτουμε κατάλληλο τμήμα της περικλείουσας επιφάνειας, με τελικό σκοπό την κατασκευή της διακλάδωσης με πλήρωση της οπής που δημιουργείται. Για τη δημιουργία της τρισδιάστατης αυτής οπής χρησιμοποιήθηκαν τρεις επίπεδες καμπύλες NURBS οι οποίες σχεδιάστηκαν στο επίπεδο 1 (Curve→Free-Form→Control Points). Κατόπιν έγινε αποκοπή της περικλείουσας επιφάνειας με προβολή των καμπύλων πάνω σε αυτή (Edit→Trim). Θέλουμε η αποκομμένη επιφάνεια να παρεμβάλλει τα άκρα των γεφυρών. Για το λόγο αυτό τα ακραία σημεία ελέγχου των καμπύλων επιλέχθηκαν να είναι αυτά τα άκρα. Οι καμπύλες αποκοπής (με μαύρο χρωματισμό) και η προκύπτουσα οπή φαίνονται παρακάτω.



Για να κατασκευάσουμε τη διακλάδωση απαιτείται να ορίσουμε ένα κέντρο στο εσωτερικό της οπής και μια σειρά οδηγών καμπύλων, οι οποίες θα στηρίξουν τα επιφανειακά τμήματα που συμπληρώνουν την τελική επιφάνεια.

## 3. Επιλογή κέντρου οπής και οδηγών καμπύλων

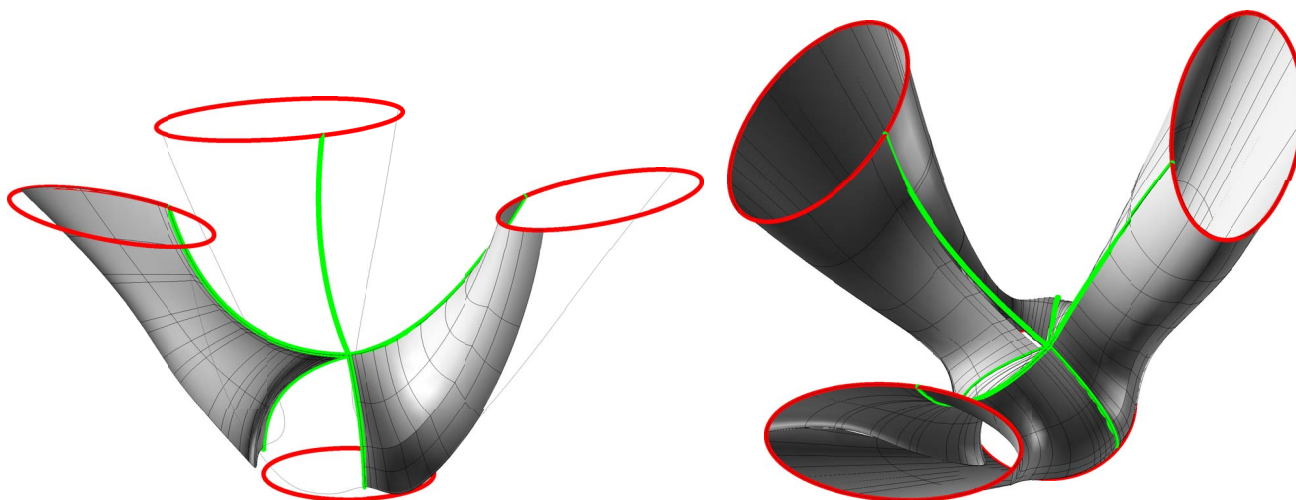
Το κέντρο οπής επιλέχθηκε περίπου στο ένα τρίτο της απόστασης των δυο επιπέδων και με την προβολή του στο επίπεδο 0 να βρίσκεται κοντά στο κέντρο του κύκλου (Curve→Point Object→Single Point). Οι οδηγοί καμπύλες είναι έξι καμπύλες NURBS με αρχή το κέντρο της οπής: τρεις καμπύλες καταλήγουν στο κάτω μέρος της αποκομμένης επιφάνειας και τρεις επί των ελλείψεων όπως φαίνεται παρακάτω.



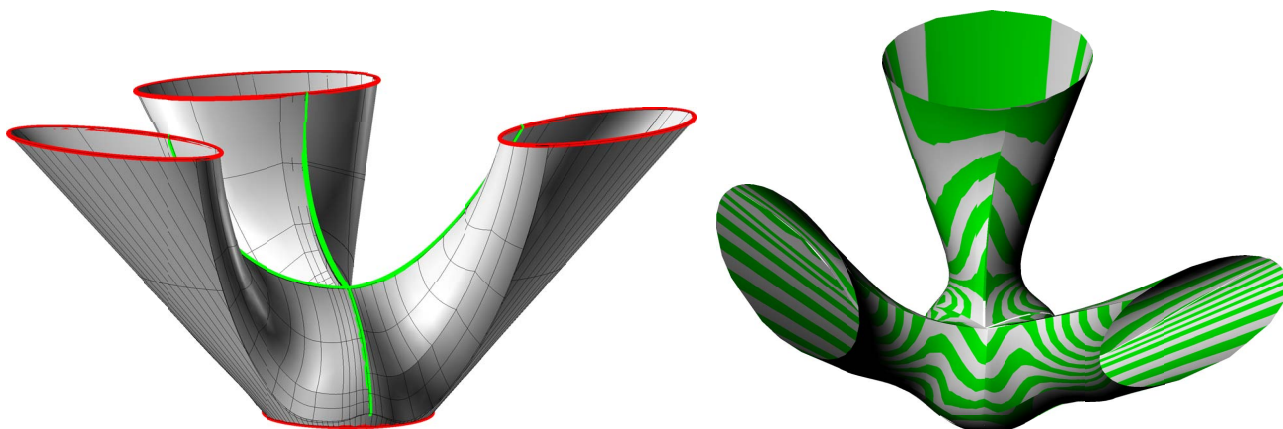
Συνήθως οι οδηγοί καμπύλες καθορίζονται με τεχνικές διατήρησης σχήματος (shape-preserving) οι οποίες αξιοποιούν πληροφορίες θέσης και διανομής εφαπτομενικού διανύσματος κατά μήκος των καμπύλων τομής.

#### 4. Πλήρωση της οπής

Η πλήρωση της οπής (hole filling) έγινε με έξι επιφανειακά τμήματα Gordon-Coons (Surface→Edge Curves), καθένα από τα οποία παρεμβάλλει δυο οδηγούς καμπύλες (μια που καταλήγει στις ελλείψεις και μια που καταλήγει στην επιφάνεια αποκοπής), ένα τμήμα έλλειψης του επιπέδου 1 και ένα τμήμα της σιλουέτας της αποκομμένης επιφάνειας. Τα επιφανειακά τμήματα παρεμβάλλουν και τη διανομή του εφαπτομενικού διανύσματος της αποκομμένης επιφάνειας και άρα προσδίδουν στο τελικό αποτέλεσμα  $G^1$ —συνέχεια. Παρακάτω αριστερά φαίνονται δυο από τα επιφανειακά τμήματα που κατασκευάστηκαν και δεξιά όλα τα επιφανειακά τμήματα που συνθέτουν τη διακλάδωση.



Το τελικό αποτέλεσμα φαίνεται παρακάτω. Το διάγραμμα ζέβρας (Analyse→Surface→Zebra) δείχνει πως το αποτέλεσμα είναι πράγματι αρκετά ικανοποιητικό όσον αφορά τη γεωμετρική λειότητα.



#### Βιβλιογραφία

- [1] N.C. Gabrielides, A.I. Ginnis, P.D. Kaklis, Constructing smooth branching surfaces from cross sections, *Proceedings of the 2006 ACM symposium on Solid and Physical Modeling, Cardiff, Wales, UK, pages 161-170, 2006*
- [2] G. Farin, *Curves and Surfaces for Computer-Aided Geometric Design, a practical guide*, Forth Edition, Tempe, Arizona, 1997
- [3] T.W. Sederberg, Computer Aided Geometric Design course notes, Brigham Young University, January 2007
- [4] Π.Δ. Κακλής, διδακτικές σημειώσεις Γεωμετρικής Σχεδίασης, Αθήνα, Μάιος 2007